

GSR a prawa fizyki

W poniższym artykule przedstawiono teoretyczne obliczenia prędkości sedimentacji typowych cząstek GSR o wielkości 2 i 8 mikrometrów i składzie chemicznym: Pb, Ba, Sn, Sb. Uzyskane wyniki porównano z pomiarami eksperymentalnymi, które przeprowadzono w Instytucie Kryminalistyki w Pradze. Wyniki przytaczanych obliczeń teoretycznych i eksperymentów charakteryzowały się dużym podobieństwem przedziału czasu.

W 2005 r. eksperci z Instytutu Kryminalistyki w Pradze zrealizowali projekt badawczy związany ze zjawiskiem sedimentacji cząstek GSR po oddaniu strzału [1].

Przeprowadzone eksperymenty miały na celu wyznaczenie zmiany osadzania się drobin GSR w zależności od czasu, jaki upłynął od momentu oddania strzału, w trakcie którego można zaobserwować sedimentację cząstek najbardziej znaczącą pod względem ilościowym.

Wyniki eksperymentu wskazywały możliwość wystąpienia kontaminacji w ciągu ok. 8 minut od oddania strzału. Publikacja niniejszego artykułu wywołała polemikę, m.in. Doug DeGaetano, na jednym z forów internetowych napisał: „W tekście Schwoeble’a i Exline’a jest rozdział pozwalający – korzystając z zasad fizyki – na obliczenie przedziału czasu, w jakim można oczekiwać występowania drobin GSR w powietrzu. Cząsteczki stałe o wielkości 1,0 mikrona i składzie: ołów, bar, antymon, zawieszone w powietrzu, powinny spadać z wysokości 370 cm w temperaturze pokojowej, bez żadnych zakłóceń w czasie do 30 sekund. Im większa cząsteczka, tym szybciej będzie spadać. Kiedy wyniki eksperymentu są w opozycji do zasad fizyki, należy ponownie zbadać procedurę eksperymentalną”.

Nasuują się zatem pytania, czy możliwe jest występowanie tak dużej rozbieżności między wynikami eksperymentu a wynikami mającymi źródło w prawach fizyki i czy prędkość końcowa dla sferycznej cząsteczki ołowianej o przekroju 1 μm wynosząca $v_s = 0,515 \text{ m/s}^{-1}$ jest realna [2].

Autorzy postanowili odwrócić koncepcję DeGaetano. Nie zmieniono poprzednio wykorzystanej procedury eksperymentalnej, natomiast dokonano obliczeń teoretycznych dla cząstek spadających w powietrzu za pomocą skorygowanych równań dla cząstek spadających w lepkiej cieczy. Nie jest właściwe zastosowanie

normalnej funkcji oporu dla makroskopowej kuli do niewielkich cząstek o średnicy 1 μm .

Materiały i metody

Obliczenie średniej objętości typowej cząsteczki (dla cząsteczki o średnicach 2 μm i 8 μm):

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (\text{a})$$

$$\begin{aligned} V_{p(2 \mu\text{m})} &= 4,19 \cdot 10^{-18} \text{ m}^3 \\ V_{p(8 \mu\text{m})} &= 2,68 \cdot 10^{-16} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Na tej podstawie można obliczyć średnią masę tych typowych cząstek dla średniej gęstości cząsteczki $\rho_p = 6490 \text{ kg m}^{-3}$ [4]:

$$m_p = \rho_p V_p \quad (\text{b})$$

$$\begin{aligned} m_{p(2 \mu\text{m})} &= 2,72 \cdot 10^{-14} \text{ kg} \\ m_{p(8 \mu\text{m})} &= 1,74 \cdot 10^{-12} \text{ kg} \end{aligned}$$

Do obliczeń prędkości sedimentacji cząstek zastosowano prawo Newtona. Suma sił masy (F_m) i sił powierzchniowych (F_p), które działają na cząsteczkę, jest równa masie i przyspieszeniu cząsteczki.

F_m – siła masy
 F_p – siła powierzchniowa
 ρ_p – gęstość cząsteczki
 V_p – objętość cząsteczki
 v – prędkość

$$F_m + F_p = \rho_p V_p \frac{dv}{dt} \quad (\text{c})$$

Siła masy to suma siły masy właściwej i masy cząsteczki; siła powierzchniowa to suma siły wyporu i siły oporu. Wynikiem działania tych sił jest przyspieszenie cząsteczki. Wraz ze wzrostem prędkości cząsteczki wzrastają również siły oporu.

W normalnych warunkach sedimentacji drobiny w szybkim czasie osiągną stałą prędkość względną do cieczy. Ta stała prędkość cząsteczki to prędkość sedy-



mentacji. Jeżeli ciecz jest nieruchoma bądź ma stałą prędkość, to prędkość sedymentacji jest równa zerowemu przyspieszeniu i równanie sprowadza się do (d):

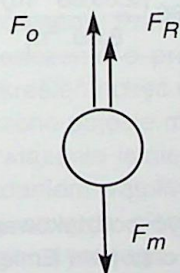
$$F_m + F_p = 0 \quad (d)$$

Siła masy przy sedymentacji jest określana za pomocą przyspieszenia grawitacyjnego g , gęstości oraz objętości cząsteczki poprzez równanie (e)

$$F_m = \rho_p V_p g \quad (e)$$

Siła powierzchniowa to suma siły wyporu (F_o) i siły oporu (F_R). Siła wyporu ma kierunek przeciwny do siły masy (F_m), a siła oporu jest skierowana w stronę przeciwną do ruchu cząsteczki. Jeśli gęstość cząsteczki jest większa od gęstości cieczy, to siła oporu będzie działać w kierunku przeciwnym do kierunku ciężkości, czego wynikiem będzie równanie (f)

$$F_p = -g\rho_f V_p - \zeta A_p \rho_f \frac{v_s^2}{2} \quad (f)$$



Ryc. 1. Grawitacyjna sedymentacja (osadzanie) cząsteczki sferycznej
Fig. 1. Gravitation sedimentation of a spherical particle

Równanie (d) za pomocą (e) i (f) przechodzi w (g)

$$V_p g (\rho_p - \rho_f) = \zeta A_p \rho_f \frac{v_s^2}{2} \quad (g)$$

Po podstawieniu otrzymujemy równanie (h)

$$\frac{\pi d_p^3}{6} g (\rho_p - \rho_f) = \zeta \frac{\pi d_p^2}{4} \rho_f \frac{v_s^2}{2} \quad (h)$$

Równanie (h) zostaje przetworzone w formę bezwymiarową; po edycji otrzymuje się równanie (i)

$$\frac{d_p^3 g (\rho_p - \rho_f)}{v_s^2 \rho_f} = \frac{3}{4} \zeta \left(\frac{d_p v_s}{\nu} \right)^2 \quad (i)$$

Z lewej strony równania znajduje się prawo Archimidesa Ar , które przedstawia wpływ grawitacji, natomiast z prawej – współczynnik oporu i prawo Reynoldsa (Re).

Do obliczeń sedymentacji należy poznać zależność między współczynnikiem oporu a kryterium Reynoldsa.

Przy wartościach Re mniejszych lub równych 0,2, co ma miejsce w przypadku małych cząsteczek, można skorzystać ze stosunku (j)

$$\zeta = \frac{24}{Re} \quad (j)$$

Podstawienie do równania (g) oraz edycja prowadzi do równania (k), zwanego zasadą Stokesa, słuszną dla kuli o niewielkim obwodzie, gdzie η_f to dynamiczna lepkość powietrza.

$$F_R = 3\pi\eta_f d_p v_s \quad (k)$$

Równanie (k) zachowuje ważność przy założeniu continuum. Jeżeli ma się do czynienia z drobinami o wielkości ok. 1 μm , warunek continuum nie jest spełniony (wielkość cząsteczki jest porównywalna ze średnią drogą swobodną nośnika). Wówczas należy dokonać korekcy prawa Stokesa. Po skorygowaniu będzie można wyrazić je równaniem (l).

$$F_R = \frac{3\pi\eta_f d_p v_s}{1 + A \frac{\lambda}{d_p/2}} \quad (l)$$

W liczniku znajduje się nieskorygowana siła Stokesa, zaś w mianowniku: λ oznaczająca średnią drogę swobodną cząsteczek gazu, d_p – średnicę cząsteczki; A – wartość stałą, która wynosi w przybliżeniu 0,86 [3].

Po podstawieniu do równania (i) i edycji, można obliczyć prędkość sedymentacji dla wyizolowanej cząsteczki.

$$v_s = \frac{d_p^2 g (\rho_p - \rho_f)}{18\eta} \left(1 + A \frac{2\lambda}{d_p} \right) \quad (m)$$

gdzie:

d_p – średnica cząsteczki

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$ – przyspieszenie grawitacyjne

$\rho_p = 6490 \text{ kg/m}^3$ – gęstość cząsteczki (obliczana dla 21% Pb, 41% Ba, 17% Sn i 21% Sb)

$\rho_f = 1,165 \text{ kg/m}^3$ – gęstość powietrza przy temp. 20°C i ciśnieniu atmosferycznym 980 mbar

$A = 0,86$ – wielkość stała

$\lambda = 5,9 \text{ nm}$ – średnia droga swobodna cząsteczek gazu (cząsteczek azotu) [4]

$\eta_f = 17,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$ – lepkość dynamiczna powietrza

Wyniki

Prędkość sedimentacji cząsteczek o wielkości 2 i $8 \text{ }\mu\text{m}$ uzyskuje się poprzez podstawienie wartości w równaniu (m).

$$v_{s(2 \mu\text{m})} = \frac{(2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m})^2 (9,8 \text{ m/s}^2) (6491 \text{ kg/m}^3 - 1,165 \text{ kg/m}^3) \left(1 + 0,86 \frac{(2 \cdot 5,9 \cdot 10^{-9} \text{ m})}{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \right)}{18 \cdot (17,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2)}$$
$$v_{s(2 \mu\text{m})} = 0,83 \text{ mm/s}^{-1}$$

$$v_{s(8 \mu\text{m})} = \frac{(8,0 \cdot 10^{-6} \text{ m})^2 (9,8 \text{ m/s}^2) (6491 \text{ kg/m}^3 - 1,165 \text{ kg/m}^3) \left(1 + 0,86 \frac{(2 \cdot 5,9 \cdot 10^{-9} \text{ m})}{8,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \right)}{18 \cdot (17,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2)}$$
$$v_{s(8 \mu\text{m})} = 13,2 \text{ mm/s}^{-1}$$

Wnioski

Dla typowej cząsteczki sferycznej o składzie chemicznym Pb, Ba, Sn, Sb (o średnicy $2 \text{ }\mu\text{m}$) ponownie obliczona prędkość sedimentacji wynosiła

$$v_s = 0,83 \text{ mm/s}^{-1},$$

natomiast w przypadku cząsteczki sferycznej o składzie Pb, Ba, Sn, Sb (o średnicy $8 \text{ }\mu\text{m}$)

$$v_s = 13,2 \text{ mm/s}^{-1}.$$

Wyniki uzyskane w drodze eksperymentów wykazały w przypadku pistoletu CZ model 85, kaliber 9 mm Luger największą liczbę cząsteczek o średnicy $1\text{--}5 \text{ }\mu\text{m}$ w czasie 6,5 minuty po wystrzale – z wysokości 1,5 m, co odpowiada prędkości sedimentacji $v_s = 3,85 \text{ mm/s}^{-1}$. Największą liczbę cząsteczek o średnicy $6\text{--}10 \text{ }\mu\text{m}$ wykryto w czasie 2,5 minuty po oddaniu strzału – z wyso-

kości 1,5 m, co odpowiada prędkości sedimentacji cząsteczek $v_s = 10 \text{ mm/s}^{-1}$.

W przypadku oddania strzałów z pistoletu CZ model 70, kaliber 7,65 mm Browning (32 ACP) największą liczbę cząsteczek o średnicy $1\text{--}5 \text{ }\mu\text{m}$ wykryto w czasie 6,5 minuty po wystrzale – sedimentacja z wysokości 1,5 m następowała z prędkością $v_s = 3,85 \text{ mm/s}^{-1}$. Największą liczbę cząsteczek o średnicy $6\text{--}10 \text{ }\mu\text{m}$ wykryto w czasie 2,5 minuty po wystrzale – sedimentacja z wysokości 1,5 m następowała z prędkością $v_s = 16 \text{ mm/s}^{-1}$.

Uzyskane wyniki świadczą o bardzo bliskiej granicy między teorią a praktyką. Do obliczeń wykorzystano wiele uproszczeń wzorów, ale wyniki otrzymane w drodze eksperymentów oraz te oparte na znanych prawach fizyki wykazują zgodność.

Autorzy pragną złożyć podziękowania dr. Tomášowi Matoušкови, jego żonie oraz pani Emie Hradcovej za pomoc w redakcji niniejszego artykułu.

BIBLIOGRAFIA

1. Fojtášek. L., Kmječ T.: Time periods of GSR particles sedimentation after discharge – final results, „Forensic Science International” 2005, nr 153.
2. Schwoeble A.J., Exline D.L.: Current Methods in Forensic Gunshot Residue Analysis, „CRC Press” 2000.
3. Míka V.: Základy chemického inženýrství. SNTL, Praha 1981.
4. Brož J.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1983.

przekład z ang. Agnieszka Łukomska